

## Wat zijn analoge computers?

Simon van der Salm

### Analoge techniek

De oplossing van het vier vliegenprobleem, in het bovenstaande artikel van Nico Smalenburg, is een typerend voorbeeld dat toont hoe een wiskundig complex, fysisch probleem door een analoge schakeling (computer) kan worden opgelost. We zien de directe vertaling van de mathematische beschrijving van het probleem, in fysieke grootheden (daar elektrische spanningen) waarvan de waarden *berekend* worden door een aantal basale elektronische onderdelen. Nico gebruikt in zijn analoge oplossing *operationele versterkers*, geconfigureerd als *integrators*, op chips geïntegreerde, analoge, elektronische circuits, ontworpen in de tweede helft van de jaren 60, die door hun nauwkeurigheid, veelzijdigheid, geringe omvang en geringe energieconsumptie een enorme versnelling tot stand brachten in wat tot dan met analoge, elektronische schakelingen en *analoge computers* mogelijk was. Zie figuur 1 met een analoge computer, waarmee de schakeling van het vier vliegenprobleem *analoog* zou kunnen worden *geprogrammeerd* door het verknopen van operationele versterkers.

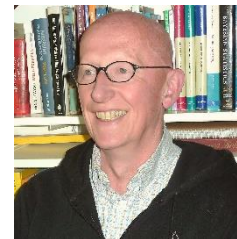


Fig. 1. Een fraai geres-  
taureerde Telefunken  
RA770, een analoge  
computer uit 1966. Foto  
van de website Ana-  
logmuseum.org, een  
website van Bernd Ul-  
mann. Zie [1].

Tegenwoordig wordt het woord *computer* bijna uitsluitend gebruikt voor *digitale computers*, die razend-snel met enen en nullen schakelen. Maar tot ver in de jaren zeventig, en nog sporadisch in de jaren tachtig, gebruikte men (ook) *analoge computers* voor het oplossen van complexe problemen, vaak *real time* problemen, die niet snel genoeg met digitale computers konden worden opgelost. Mijn leraren op de HTS in 1970 waren zeer sceptisch over de mogelijkheden van digitale computers: te traag, te weinig

en te dure geheugenruimte, en te veel aanpassingsmoeilijkheden bij de aansluiting van een digitaal apparaat op de analoge werkelijkheid, waar echte problemen moeten worden aangepakt. Door de toen nog onvoorstelbare toename in functionaliteit en snelheid van digitale schakelingen is hun scepsis weerlegt, is de digitale computer het winnende *rekenapparaat* geworden en is de analoge computer, behalve door enkele liefhebbers, nagenoeg vergeten.

Met dit artikel beoog ik een bijdrage te leveren aan het meer bekend worden van de interessante geschiedenis en techniek van analoge computers, een geschiedenis en techniek die nagenoeg uit het collectieve geheugen zijn verdwenen door het overheersende succes van digitale computers. Dit artikel tracht het verschil tussen beide typen computers duidelijk te maken en laat zien waarom in de jaren zestig en zeventig voor de oplossing van mathematisch complexe vraagstukken in techniek en fysica vaak gekozen werd voor een analoge computer, en niet voor een digitale.

### Digitaal rekenen

Het digitale rekenen is ongetwijfeld begonnen met het rekenen op de vingers. Het woord digitaal is zelfs afgeleid van het Latijnse *digitus* voor vinger. In die betekenis is digitaal rekenen aanzienlijk ouder dan analoog rekenen.

*Fig. 2. Chinese uitvoering van de abacus, met twee kralen in de hemel en 5 kralen op de aarde. Bron: <https://nl.wiktionary.org/wiki/abacus>*



Optellen en aftrekken van kleine getallen is op de vingers eenvoudig te realiseren, maar voor grotere getallen zijn extra hulpmiddelen nodig. De abacus werd daarvoor, rond 600 voor onze jaartelling in het Verre Oosten, bedacht. Aan het ontwerp van de abacus zien we dat het rekenen in een talstelsel met plaatswaarden (grondtallen 5 en 10) toen al ver ontwikkeld was. Zie figuur 2. Op de abacus zijn optelling en aftrekking, maar ook vermenigvuldiging (= herhaalde optelling) en deling (= herhaalde aftrekking), met de nodige oefening gemakkelijk te automatiseren rekenhandelingen.

De abacus is een voorbeeld van een *digitaal apparaat*: informatie wordt voorgesteld door *discrete getallen*, dat wil zeggen, door getallen die een minimale afstand (resolutie) van elkaar hebben. Discrete getallen kunnen geïdentificeerd worden met de natuurlijke getallen; discrete getallen zijn dus *telbaar*.



*Fig. 3. Rekenmachine van Pascal. Bron: <https://www.deutsches-museum.de/en/exhibitions/communication/computers/digital-calculators/>*

Pas ruim 2000 jaar na de uitvinding van de abacus, in 1642, werd het volgende digitale rekenapparaat, de *pascaline*, uitgevonden, door de Franse filosoof en wiskundige Blaise Pascal. Zie figuur 3. Fundamenteel is de werking van de *pascaline*, op de automatische *overdracht* na, niet anders dan die van de abacus.

Een kleine 200 jaar later, in 1833, bedacht de Engelse wis- en werktuigbouwkundige *Charles Babbage* de *Analytical Machine*, een universele, digitale (decimale), *programmeerbare* calculator. Zie figuur 4, met een foto van Bruno Barral van een deel van deze computer, dat zich in het Brits Museum bevindt. Zij die meer willen weten over Charles Babbage, en zijn vrouwelijke programmeur Ada Lovelace, worden verwezen naar de buitengewoon interessante en informatieve website van de tekenaar Sydney Padua: <https://syneypadua.com/2dgoggles/the-marvellous-analytical-engine-how-it-works/>.

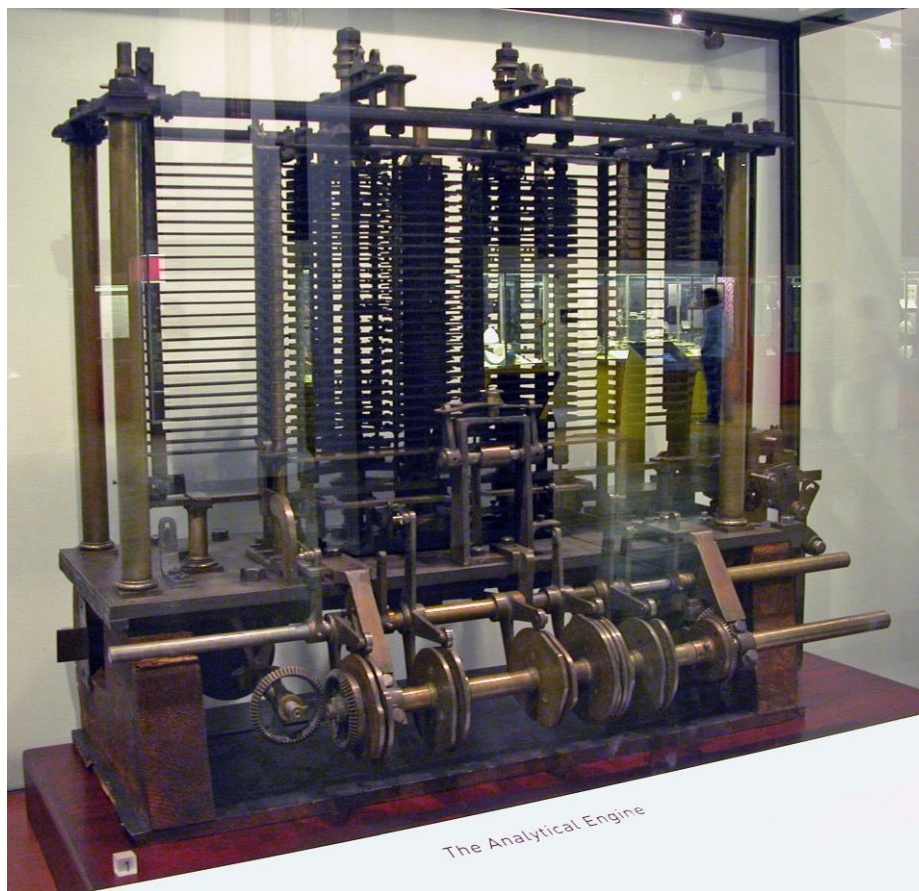


Fig. 4. Een klein deel van de *Analytical Machine* van Charles Babbage. Dat apparaat bevatte al alle functionele eenheden van de hedendaagse, digitale computer. Foto van Bruno Barral.

Door de beperktheid van de toenmalige constructietechniek heeft Charles Babbage zijn mechanisch-digitale machine nooit in zijn geheel kunnen realiseren. Maar de opdeling van zijn rekenmachine in de specifieke, functionele eenheden in figuur 4, werd 100 jaar later weer toegepast in de eerste digitale computers van de twintigste eeuw.

De Duitse vliegtuigenieur *Konrad Zuse* bouwde in 1937 de eerste programmeerbare, elektromechanische, digitale computer, met dezelfde functionele indeling als de *Analytical Machine* van Babbage, maar werkend met het *binair* in plaats van het decimale talstelsel. Zie figuur 5. De stormachtige ontwikkeling van digitale computers die daarmee werd gestart, tijdens en na WO-II, in het bijzonder in Engeland en de USA, zullen we hier niet verder volgen.



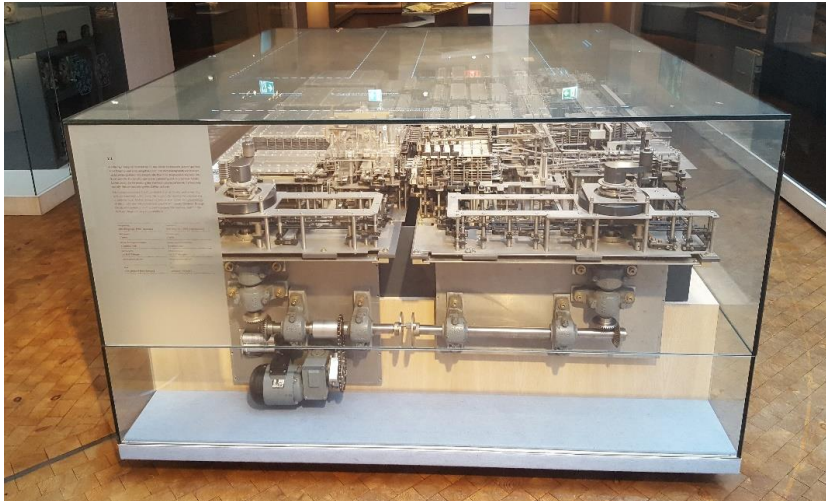


Fig.5. Een functionerende replica van de Zuse 1 (Z1) in het Deutsches Technikmuseum in Berlijn.

Foto: Simon van der Salm, 2017.

### Analoog rekenen

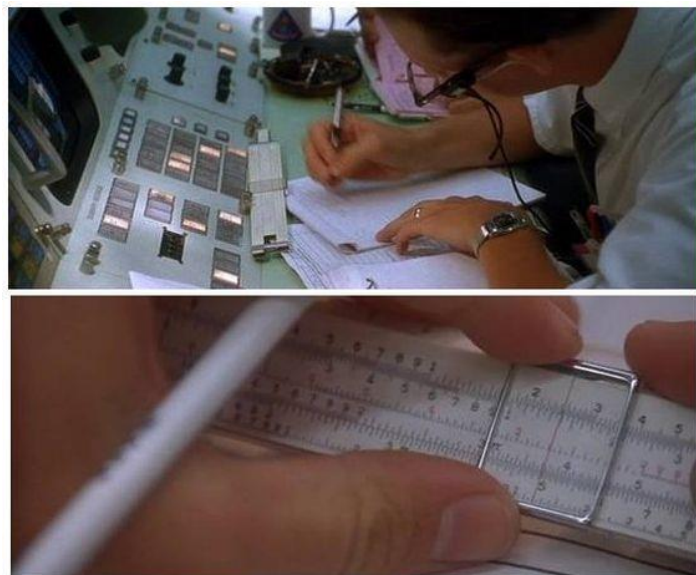
Tegelijkertijd met digitale rekenapparaten werden er ook analoge rekenmachines geconstrueerd. Uit de Griekse oudheid kennen we het *mechanisme van Antikythera*.

Een bekend voorbeeld is natuurlijk de rekenliniaal, die *Oughtred* zo rond 1620 uitvond. Zie figuur 6, waar we de analoge rekenliniaal gecombineerd zien worden met digitale (?) apparatuur bij de NASA [4].

Digitaal rekenen is rekenen met *discrete getallen*, getallen waartussen altijd een minimale afstand bestaat. Bij analogoos rekenen, zoals het rekenen op een rekenliniaal, kan de afstand tussen twee *analoge getallen* (liever gezegd: *waarden*, zoals de spanningen in de schakeling met de oplossing van het vier vliegenprobleem) in principe willekeurig klein zijn.

Fig. 6. Een scene uit de film *Apollo 13*, uit 1995, die laat zien dat in 1970, bij de NASA tijdens de maanreizen, ingewikkelder berekeningen nog werden uitgevoerd op een rekenliniaal, calculaties waarvan de resultaten via de radio mondeling werden doorgegeven aan de bemanning van de ruimtecapsule. Zie [4].

Bron: <https://nl.pinterest.com/pin/498632989965917023/>



Een ander bekend voorbeeld van een analogoos rekenapparaat is de poolplanimeter van Amsler uit 1854, waarmee de oppervlakte van een willekeurige, vlakke figuur kan worden berekend (wiskundig: kan worden geïntegreerd) louter door het aftasten van de omtrek van de figuur. Zie figuur 7.

In veel toepassingen is het kunnen berekenen van een willekeurig gevormde oppervlakte een vereiste. Het berekenen van een *integraal* (en anderszins, van een hellingfunctie = differentiaalquotiënt) is daarom een belangrijke functie van analoge rekenapparaten. En ook van digitale, zoals we soms aan de naam van het betreffende apparaat kunnen herkennen. Zo heette een van de eerste digitale computers, die tijdens WO-II werd gebouwd, ENIAC = Electronic Numerical *Integrator* and Calculator.

Integreren komt veel voor. Bij de Fourieranalyse van een periodiek signaal bijvoorbeeld moet een aantal tamelijk complexe integralen worden uitgerekend, iets wat tot 1970 analoog gebeurde. In het bekende HTS-leerboek wiskunde [3], dat in 1970 op de meeste HTS-en werd gebruikt, wordt de *Analysator van Mader-Ott* besproken, een analoge, mechanische analysator die een harmonische analyse volgens Fourier van een willekeurig periodiek signaal uitvoert. Zie figuur 8.

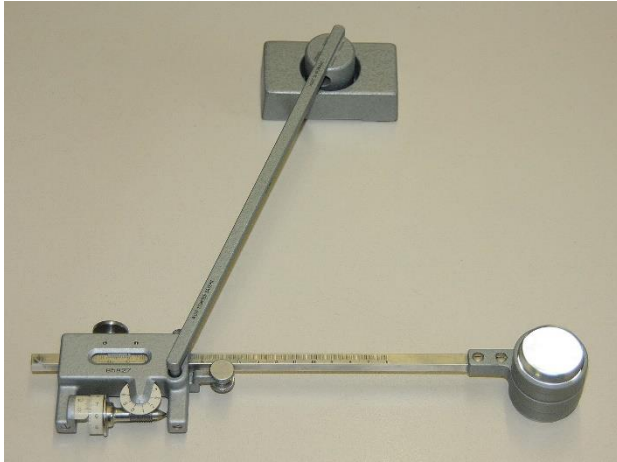


Fig. 7. Een (analoge) poolplanimeter volgens het principe van Amsler, gebouwd door de Beierse firma Ott.

Bron: [https://en.wikipedia.org/wiki/Planimeter#/media/File:Polarplanimeter\\_01.JPG](https://en.wikipedia.org/wiki/Planimeter#/media/File:Polarplanimeter_01.JPG).

Fig. 8. De mechanische Fourieranalysator van Mader-Ott uit 1931. Zie [3, p. 180 e.v.].

Merk op, dat ook het vier vliegenprobleem door Nico Smallenburg door het gebruik van (elektronische) integrators wordt opgelost.

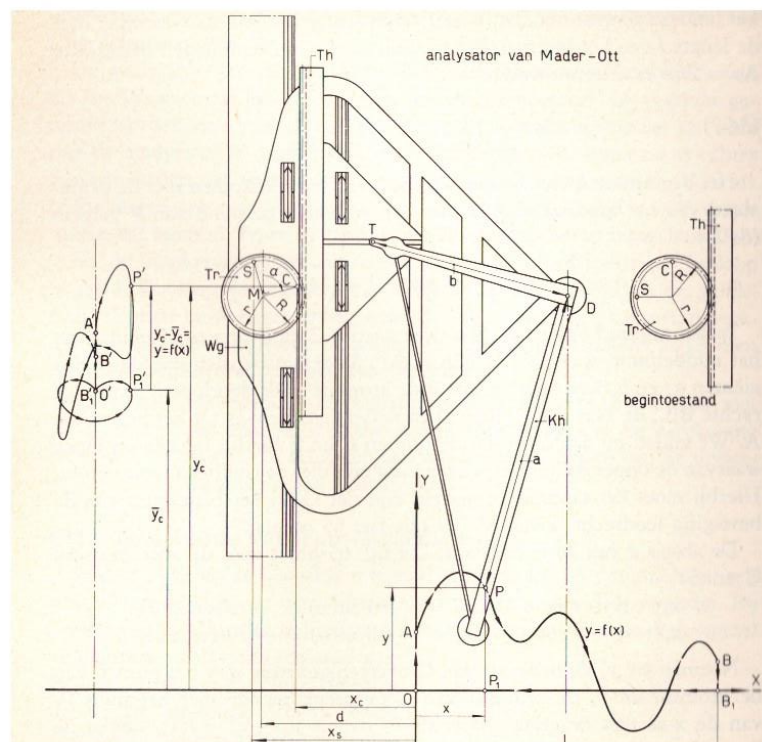
### Analoge simulatie

Vanouds heeft men schaalmodellen geconstrueerd om snel, en betrekkelijk goedkoop te achterhalen hoe een groter, te bouwen object zich in de tijd zal gedragen onder verschillende omstandigheden. Denk bijvoorbeeld aan vliegtuigmodellen die in een kleine windtunnel worden getest. Het schaalmodel heeft, op de schaal na, dezelfde fysische kenmerken als het te bouwen origineel. Het schaalmodel is een *analogon* van de werkelijkheid.

In analoge computers hebben we met iets soortgelijks en tevens met iets anders te maken. Daar is niet sprake van een analoog schaalmodel, maar van een *analoog fysisch model*, dat overeenkomstige karakteristieken met de werkelijkheid vertoont, maar met geheel andere grootheden. Dat blijkt duidelijk uit het vier vliegenprobleem van Nico Smallenburg. Er is daar sprake van een wiskundig model van de werkelijkheid, met differentiaalvergelijkingen die afstand, snelheid, hoek, e.d. beschrijven.

Fig. 8. De mechanische Fourieranalysator van Mader-Ott uit 1931. Zie [3, p. 180 e.v.].

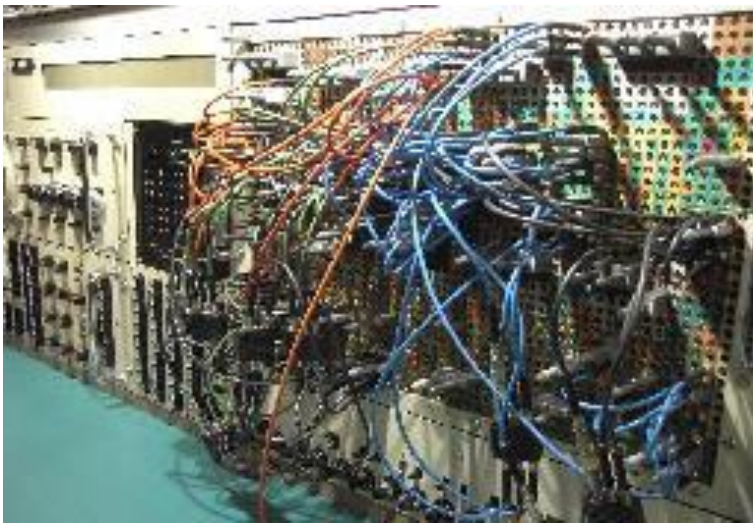
Die vergelijkingen worden vertaald naar fysische grootheden (elektrische spanningen) die niets met het oorspronkelijke probleem te maken hebben, maar wel analogons zijn van de werkelijke grootheden. Door het probleem op te lossen met een analoog simulatiemodel, bijvoorbeeld door de differentiaalvergelijkingen te implementeren in een elektronisch circuit, vindt men, terugvertalend, ook een oplossing van



het oorspronkelijke probleem. Met andere woorden: het gedrag van het (elektronische) analogon *simuleert* dus het gedrag van het te onderzoeken fysische systeem.

### Elektronische analoge computers

Hoewel er ook analoge computers gebouwd zijn die pneumatisch werken, die gebruik maken van stromende vloeistoffen, of volledig mechanisch zijn, zoals de Mader-Ott analysator uit 1931, zijn de meest praktische, analoge computers van de twintigste eeuw elektronisch van aard. De computer bestaat uit een groot aantal basisschakelingen (zoals integrators, versterkers, sommatoren) die op allerlei manieren met elkaar verknoopt kunnen worden, uitgaande van het mathematische model van het op te lossen probleem. De elektrische, tijdafhankelijke ingangs- en uitgangsspanningen gedragen zich, conform het wiskundige model, *analoog* aan de werkelijke grootheden. De analoge computer produceert gewoonlijk een aantal grafieken waardoor de onderzoeker inzicht krijgt in de fysische werkelijkheid van het probleem. Daarvoor is het niet nodig de differentiaalvergelijkingen ook daadwerkelijk op te lossen (als dat al zou kunnen), zoals Nico overigens ter illustratie (en bewijs) in het vier vliegenprobleem wel doet.



*Fig. 9. Het programmeren van een analoge computer door het configureren van basisschakelingen tot een groter geheel, met kabeltjes op een steekpaneel. Dat kan tot een indrukwekkende, maar onoverzichtelijke kluwen bedrading leiden. Bron: [www.analogmuseum.org](http://www.analogmuseum.org) van Bernd Ulmann.*

Neem als voorbeeld de verticale beweging van een raket. Een onderzoeker wil de hoogte, snelheid en versnelling, e.d. weten op elk moment van de vlucht. De wiskundige vergelijkingen van de raketbewegingen zijn bekend, maar bevatten onoverzichtelijk veel parameters. Deze vergelijkingen configureert hij in een elektronische schakeling in de analoge computer. Het enige dat hij vervolgens hoeft te doen is te kijken naar het tijdafhankelijke gedrag van de diverse spanningen in de computer. De computer levert dus *automatisch* de oplossing van het probleem. Daarbij kunnen ook nog allerlei extra variabelen (zoals analogons voor zijwind, spin, enzovoorts) worden toegevoegd, waarvan de variabele waarden ook nog gemakkelijk zijn te implementeren in de analoge computer. De onderzoeker beschikt daarmee over een elektronisch model waarmee hij, *in real time*, het werkelijke gedrag van de raket kan simuleren.

Een analoge computer in de jaren zestig en zeventig was snel vergeleken met de digitale computers, die toen op de markt werden gebracht. Ook als door de complexiteit van het probleem een groot aantal basisschakelingen in de analoge computer met elkaar moesten worden verknoopt, bleef de oplossing van het oorspronkelijke fysische probleem steeds snel beschikbaar. Daarbij gebruikte men recorders, x-y-plotters, oscilloscopen en spanningsmeters voor de weergave van het eindresultaat.

### Onnauwkeurigheid

De onnauwkeurigheid van de oplossing van een fysisch probleem met behulp van een digitale computer, kunnen we in principe zo klein maken als we wensen door het aantal cijfers per numerieke waarde te verhogen. Veel formaten van drijvende komma getallen in computerprogramma's van digitale compu-



ters gebruiken 10 of meer decimale cijfers, gewoonlijk, gezien de onnauwkeurigheid in de oorspronkelijke fysische parameters, meer dan voldoende, ook als de foutenvoortplanting in de computerberekening in acht wordt genomen.

*Fig. 10. Analoge computers konden, afhankelijk van capaciteit en mogelijkheden, enorm verschillen in afmetingen, van het tafelmodel hiernaast (Heathkit EC1, 1960), tot de middelgrote RA770 van Telefunken in figuur 1 (1966), tot kamer vullende installaties, met meer dan 100 basisschakelingen. Bron: [https://nl.wikipedia.org/wiki/Bestand:Heathkit\\_Analog\\_Computer.jpg](https://nl.wikipedia.org/wiki/Bestand:Heathkit_Analog_Computer.jpg).*



Analoge computers kunnen niet tippen aan een dergelijke nauwkeurigheid. Bij analoge computers hebben we in de eerste plaats te maken met de beperkte *precisie* van de diverse basiscomponenten. Die lag eind jaren zestig, voor heel goede (en dus dure) componenten op 0,01% FS (*Full Scale*), maar op 0,1% FS voor meer gangbare componenten. Doordat diverse componenten met elkaar worden verknoopt, worden individuele componentfouten gecombineerd, die daardoor een eindresultaat met een aanzienlijk grotere onnauwkeurig kunnen produceren dan op het eerste gezicht zou worden verwacht.

Een bijkomende bron van onnauwkeurigheid is *ruis*, een onontkoombaar verschijnsel in elektronische schakelingen. Niettemin waren analoge computers toch nog opvallend nauwkeurig: onder normale omstandigheden lag de onnauwkeurigheid van kleine simulaties meestal tussen 0,1% en 0,5%, en van grote simulaties op 1%. Zie [2, p. 13]. Voor de meeste toepassingen was die onnauwkeurigheid klein genoeg omdat de inputgegevens van het op te lossen fysische probleem niet met een kleinere onnauwkeurigheid bekend waren.

### Hybride computers

Samenvattend, kunnen we de verschillen tussen digitale en analoge computers als volgt karakteriseren:

#### *Digitale computer:*

- Variabelen zijn discrete getallen
- Bewerkingen worden sequentieel uitgevoerd, dus beperkte snelheid (in de jaren 60 en 70)
- Grote nauwkeurigheid

#### *Analoge computer:*

- Variabelen zijn continue waarden
- Bewerkingen worden simultaan uitgevoerd, dus hoge snelheid
- Beperkte nauwkeurigheid

Om de voordelen van beide typen computers te combineren, begon men in de jaren zestig *hybride* computers te bouwen, met de grote nauwkeurigheid van digitale berekeningen en met de hoge snelheid van analoge schakelingen. Zo gebruikte de NASA hybride simulaties van ruimtereizen. Een digitale computer werd gebruikt om zo nauwkeurig mogelijk het traject van een raket/capsule te berekenen (dat

gebeurde daarvoor nog met de hand), terwijl een analoge computer werd toegepast om de bewegingen ervan te simuleren. Tussen beide typen computers moest communicatie mogelijk zijn, wat nuttig onderzoek genereerde naar snelle en betrouwbare analoog naar digitaal convertors (ADC) en digitaal naar analoog convertors (DAC), omzetters die nog steeds gebruikt worden in de moderne elektronica. Zie [2, p. 14].



Fig. 11. Analoog en digitaal verenigd. Bron: <https://the-constructor.org/surveying/how-to-use-planimeter-parts/14821/>

### Referenties

- [1] Ulmann, B., *Analogrechner, Wunderwerke der Technik, Grundlagen, Geschichte und Anwendung*, Oldenburg Verlag, München, 2010.
- [2] Weyrick, R.C., *Fundamentals of Analog Computers*, Prentice-Hall International, Inc. New Jersey, 1969.
- [3] Baart, W.K., en Streefkerk, C., *Analyse deel 2, hogere wiskunde voor het technisch onderwijs*, Stam, 1967.
- [4] *Apollo 13*, over het dramatische verloop van de Apollo 13 vlucht in april 1970, geregisseerd door Ron Howard, met o.a. met Tom Hanks, Bill Paxton en Kevin Bacon, 1995.